

Гравитационная теория Ньютона, LT-система и принцип эквивалентности масс

Содержание

Введение	2
Анализ учения Ньютона.....	2
Ньютон и принцип эквивалентности масс.....	4
Какой системой физических величин пользовался Ньютон?	6
Итоги и выводы	7
Ссылки	9
Приложение. Цитаты из трактата Ньютона “Математические начала натуральной философии”.....	10
Выдержки из первого тома “Начал”	10
Выдержки из третьего тома “Начал”	14

Введение

28 апреля 1686 года первый том знаменитого трактата Иссака Ньютона «Математические начала натуральной философии» был представлен Королевскому обществу. Все три тома, после некоторой авторской правки, вышли в 1687 году. Публикация этой работы ознаменовала новый этап в развитии физики и науки вообще. Труд Ньютона содержал в себе детально разработанную теорию гравитации, а так же некоторые другие разделы механики. Кроме того, в трактате были изложены математические разделы дифференциального и интегрального исчисления. Без преувеличения можно утверждать, что работа Ньютона заложила фундамент современной науки.

Ньютон излагает свою теорию гравитации как геометрическую дисциплину (что впоследствии повторил Эйнштейн при создании ОТО). Его работа выполнена как трактат по математике и содержит аксиомы, теоремы, определения и поучения. Геометрия дается в классическом виде, а не в аналитическом (эта форма изложения появилась уже позднее). Это дает возможность получать решение рассматриваемых им задач по небесной механике методами начертательной геометрии, что в эпоху, когда отсутствовали компьютеры, было, пожалуй, наиболее простым и точным методом нахождения решения. Наиболее широко Ньютон пользуется понятием “отношение”. Весь его трактат построен на принципе “пропорциональности”. Эта особенность позволяет Ньютону пользоваться относительными величинами и избегать невозможной в его время “привязки” к абсолютным единицам измерения.

Анализ учения Ньютона

Перечислим здесь по пунктам последовательность изложения Ньютоном своей теории:

1. Ньютон вводит массу как меру количества материи.
2. Определяет “количество движения”, как пропорциональное скорости и массе. Сейчас этот параметр называется “импульс”.
3. Определяет силу сопротивления, которую он называет “врожденной силой материи”. Свойство этой силы – сопротивляться любому изменению состояния покоя или равномерного прямолинейного движения тела. Он называет эту силу инерцией и утверждает, что она всегда пропорциональна массе тела $F_i \sim m$
4. Определяет “приложенную” силу, как действие, производимое над телом, чтобы изменить его состояние покоя или равномерного прямолинейного движения. Далее он утверждает, что сила проявляется единственно только в действии и по прекращении действия в теле не остается. Тело продолжает затем удерживать свое новое состояние вследствие одной только инерции. Заметим, что слово “действие” употреблено в

смысле “воздействие” и отношения к современному одноименному физическому термину не имеет.

5. Определяет “центростремительную силу” как силу, **с которую тела к некоторой точке как к центру, отовсюду притягиваются, гонятся или как бы то ни было стремятся**. Он уточняет, что сила тяжести Земли и “та сила, каковою бы она ни была, которую планеты постоянно отклоняются от прямолинейного движения и вынуждаются обращаться по кривым линиям” являются как раз такими центростремительными силами.
6. Вводит 3 меры для такой силы, которые так же называет силами:
- **Абсолютная (сила) – мера мощности самого источника.** Т.е., говоря современным языком, это вовсе не сила. Именно эту меру сейчас называют “гравитационная масса”, но у Ньютона этот термин нигде не встречается.
 - **Ускорительная (сила) – мера, пропорциональная той скорости, которую она производит в течение заданного времени.** Т.е., на современном языке – это гравитационное ускорение или же напряженность гравитационного поля. Ньютон определяет эту меру как пропорциональную изменению скорости, как бы мы сейчас сказали, “пробного тела”, т.е. $F_{acc} \sim \frac{dV}{dt} \equiv a$
 - Определяет “движущую величину центральной силы”, как меру, пропорциональную количеству движения, которое ею производится в течение заданного времени. Т.е., если применить определение “количества движения”, то после некоторых преобразований получим пропорцию $F_{mov} \sim \frac{dmV}{dt} = m \frac{dV}{dt} = mg$, где g – гравитационная напряженность, а на языке Ньютона – “ускорительная сила”.
 - Далее Ньютон вводит понятие “вес тела”, как силу, величина которой пропорциональна его массе тела и “ускорительной силе”: $P \sim mg$. Мы видим, что величина веса равняется величине “движущей силы”, но вес вычисляется для неподвижного тела.
7. Далее Ньютон рассматривает, к чему указанные три “силы” приложены, и определяет, что:
- “движущая сила” приложена к (пробному) телу
 - “ускорительная” – к месту тела в пространстве, как некоторая способность, распространенная центром на все места окружающего пространства и заставляющую приходить в движение тела, в этих местах находящиеся

- “абсолютная сила” — к самому центру, как заключающаяся в нем причина, без которой движущие силы не распространялись бы в окружающем пространстве; сказанною причиною может служить или какое-либо центральное тело, ... как, напр., ... Земля в центре сил тяжести.
8. Далее Ньютон говорит: **Таким образом ускорительная сила так относится к движущей, как скорость к количеству движения. В самом деле, количество движения пропорционально скорости и массе, движущая же сила пропорциональна ускорительной и массе, ибо сумма действий ускорительной силы на отдельные частицы тела и составляет движущую силу его. ... Вообще, вес тела будет постоянно пропорционален массе тела и ускоряющей силе тяжести.**
Ранее Ньютон указывает, что эта “сила” связана с центральным телом, но не говорит, что она связана с массой этого тела. Но позже, в 3м томе он скажет это со всей определенностью.
 9. Далее Ньютон рассматривает такие понятия, как пространство и время, системы координат и движение. Он различает абсолютное и относительное, кажущееся и истинное движение.
 10. Затем он формулирует свои знаменитые аксиомы, или законы движения. Например, формулировка закона II гласит: **Изменение количества движения пропорционально приложенной движущей силе и происходит по направлению той прямой, по которой эта сила действует.** (Думаю, такой формулировке позавидовал бы сам Эйнштейн!)
 11. Далее Ньютон излагает основы дифференциального и интегрального исчисления в объеме, необходимом для решения практических астрономических задач.
 12. Затем Ньютон показывает, как решать задачи небесной механики. Он приводит решения для огромного количества задач. Решение он чаще всего получает, методами начертательной геометрии.
 13. Далее Ньютон описывает логические законы, по которым он интерпретирует результаты научных данных и делает из этих данных выводы. Этой теме посвящено начало третьего тома.
 14. И, наконец, в третьем томе он, применяя законы, описанные в предыдущем пункте и идя от частного к общему, делает вывод, что тяготение распространяется на все частицы всех материальных тел.

Ньютон и принцип эквивалентности масс

Поскольку мы занимаемся построением LT-систем [4], нас интересует, как относился Ньютон к проблеме эквивалентности инертной и гравитационной масс? Знал ли он о ней вообще? Со всей определенностью заявляем: да знал, и считал эти массы эквивалентными.

Естественно, во времена Ньютона это проблема формулировалась иначе. Ньютона интересовала пропорциональность между весом тела и его массой. Он считал необходимым выяснить, зависит ли вес тела только от его массы или на это влияют другие факторы, такие как форма тела и состав вещества, из которого оно сделано. Независимость веса тела от его формы Ньютон обосновывает логически, а пропорциональность веса массе тела и независимость веса тела от состава вещества он проверяет на опытах. Таким образом, Ньютон убеждается, что вес тела пропорционален исключительно и только его массе. В переводе на современный научный язык это означает, что он безоговорочно признавал принцип эквивалентности масс.

В доказательство нашей точки зрения можно привести следующие цитаты из “Начал”:

Если какое-нибудь тело, ударившись в другое тело, изменяет своею силою его количество движения на сколько-нибудь, то оно претерпит от силы второго тела в своем собственном количестве движения то же самое изменение, но обратно направленное, ибо давления этих тел друг на друга постоянно равны. От таких взаимодействий всегда происходят равные изменения не скоростей, а количеств движения, предполагая, конечно, что тела никаким другим усилиям не подвергаются. Изменения скоростей, происходящие также в противоположные стороны, будут обратно пропорциональны массам тел, ибо количества движения получают равные изменения. **Этот закон имеет место и для притяжений**, как это будет доказано в поучении.

Предложение XIX. Теорема XXIX

В системе многих тел A, B, C, D и т. д., если какое-либо тело A притягивает все прочие с ускорительными силами, обратно пропорциональными квадратам расстояний до этого притягивающего тела, если также и второе тело B притягивает все прочие тела A, C, D и т. д. с силами, обратно пропорциональными квадратам расстояний до этого притягивающего тела, то абсолютные силы притягивающих тел A и B будут относиться друг к другу, как массы соответствующих тел, коим эти силы принадлежат.

Следствие 1. Таким образом, если каждое из тел системы A, B, C, D и т. д. в отдельности притягивает все прочие с ускорительными силами, обратно пропорциональными квадратам расстояний до притягивающего тела, то абсолютные силы всех этих тел будут пропорциональны их массам.

Следствие 2. В силу такого же рассуждения можно заключить, что если отдельные тела системы $A, B, C, D, \dots$, рассматриваемые порознь, притягивают все прочие тела с ускорительными силами, которые пропорциональны или прямо, или обратно, какой-угодно степени расстояния до притягивающего тела или следуют вообще какому угодно закону в зависимости только от расстояния до притягивающего тела, то абсолютные силы этих тел пропорциональны их массам.

Следствие 3. В системе тел, в которой силы убывают пропорционально квадратам расстояний и меньшие тела обращаются с возможною точностью по эллипсам, имеющим своим фокусом центр наибольшего тела, описывая радиусами, проведенными к этому фокусу, площади, весьма близкие к пропорциональности временам, абсолютные силы тел относятся между собою или в точности, или весьма близко, как массы тел, и наоборот. Это следует из следствий предложения LXVIII и следствия 1 настоящего предложения.

Предложение VI. Теорема VI

Все тела притягиваются к каждой отдельной планете, и веса тел на всякой планете, при одинаковых расстояниях от ее центра, пропорциональны массам этих планет.

Падение всех тяжелых тел на Землю с одинаковой высоты (выключив неравное замедление, происходящее от ничтожного сопротивления воздуха) совершается в одинаковое время, как это уже наблюдало другими, точнее же образом это может быть установлено по равенству времен качаний маятников. Я произвел такое испытание для золота, серебра, свинца, стекла, песка, обыкновенной соли, дерева, воды, пшеницы. Я заготовил две круглых деревянных кадочки, равные между собою; одну из них я заполнил деревом, в другой же я поместил, такой же точно груз из золота (насколько смог точно) в центре качаний, Кадочки, подвешенные на равных нитях 11 футов длиною, образовали два маятника, совершенно одинаковых по весу, форме и сопротивлению воздуха; будучи помещены рядом, они при равных качаниях шли взад и вперед вместе в продолжение весьма долгого времени. Следовательно, количество вещества (масса) в золоте (по след. 1 и 6 предл. XXIV кн. II) относилось к количеству вещества в дереве, как действие движущей силы на все золото к ее действию на все дерево, т. е. как вес одного к весу другого. То же самое было и для прочих тел. Для тел одинакового веса разность количеств вещества (масс), даже меньшая одной тысячной доли полной массы, могла бы быть с ясностью обнаружена этими опытами.

Какой системой физических величин пользовался Ньютон?

Во времена Ньютона такого понятия еще не существовало, но это не значит, что у Ньютона не было системного подхода в вопросах использования физических величин. Наоборот, после изучения “Начал” вырисовывается стройная система, которой он пользовался. В своих расчетах Ньютон почти не пользуется абсолютными практическими единицами. Но, даже там, где он это делает, он старается при первой возможности перейти к отношениям величин. Он широко пользуется законами Кеплера. Массы планет приводит относительно массы Солнца, расстояния меряет относительно параметров орбиты Земли. Диаметры планет оценивает по угловым величинам. Таким образом, при решении астрономических задач он пользуется исключительно кинематическими величинами. Он никогда не вычисляет силы и массы в абсолютных единицах, а всегда приводит их относительно какого-либо эталонного астрономического объекта, например Солнца. Он не пользуется гравитационной постоянной, скорее всего даже не знает о существовании такой константы. Вероятно, ввиду того, она ему в его расчетах просто не требуется. (Справедливости ради, скажем, что он все-таки пользуется практическими единицами измерения массы, но делает это вне области астрономических расчетов, а только при

проведении опытов в лаборатории и даже в этом случае старается как можно скорее перейти к отношениям величин.)

Что это может означать применительно к изучаемому нами вопросу о системах физических величин? Мы считаем, что Ньютон неявно пользовался ЛТ-системой, т.к. никакой другой системы в астрономии тогда не применяли.

Итоги и выводы

1. Ньютон с первых страниц определяет все необходимые физические термины и понятия, необходимые для создания такой физической теории, как “динамика”, включая теорию гравитации

Таблица 1. Соответствие терминология Ньютона и современной терминологии

Термины Ньютона	Современная терминология
Масса как мера количества вещества	Масса (после создания ТО утратила данную функцию)
Инертность, инерция, как врожденное свойство тела	Масса инерционная
Абсолютная сила	Масса (гравитационная)
Ускорительная сила	Ускорение свободного падения, Напряженность гравитационного поля
Движущая сила	Сила притяжения
Количество движения	Импульс

2. Ньютон не придает особого значения размерности физических величин, может быть, за исключением “ускорительной силы”. Это видно по тому, что он называет явления, имеющие разную размерность одним термином “сила”. Вместе с тем, при составлении пропорций он никогда не допускает некорректных операций с точки зрения размерности. Видимо, он считал данный вопрос слишком тривиальным, чтобы рассматривать его особо.

3. Ньютон четко понимал проблему инерционной и гравитационной массы, формулируя ее как пропорциональность веса тела его массе. Более того, на основании проведенных опытов и логических умозаключений он решил, что веса любых материального тел пропорциональны их массам и только им. (Т.е., современным языком – заявил, что эквивалентность масс соблюдается для всех тел.)

4. Ньютон ни на секунду не сомневается, что напряженность гравитационного есть ускорение. Он даже называет эту величину “ускорительной силой”.

5. Ньютон последовательно излагает свои идеи, и, начав с “центростремительной силы”, приходит к выводу, что все части всех тел притягиваются друг к другу пропорционально массам этих частей и обратно пропорционально квадрату расстояний между ними. После этого он переименовывает “центростремительную силу” в “силу всемирного притяжения”.

6. Ньютон производит астрономические расчеты в кинематической системе ФВ и прекрасно обходится без Гравитационной постоянной. На основании указанных фактов мы делаем вывод, что, в “Началах” Ньютона неявно используется ЛТ-система. Соответственно, выяснив этот факт, мы можем с успехом применить ЛТ-систему и в явном виде.

7. Математически Ньютон формулирует свои законы как пропорции, т.е., отношение величин

Таблица 2. Математическая запись законов физики

Формулировка Ньютона	Современная интерпретация
$F_i \sim m$	$F = ma$
$P \sim mV$	$\vec{P} = m\vec{V}$
$F_{acc} \sim \frac{dV}{dt}$	$a = \frac{dV}{dt}$
$\frac{F_{acc}}{F_{mov}} \sim \frac{dP}{dV}$	$F \equiv P = mg$ Р-вес тела
$F_{acc} \sim r^{-2} \Rightarrow \frac{F_{abs}(A)}{F_{abs}(B)} = \frac{M_a}{M_b}$	$g = G \frac{M}{r^2}$
$\left. \begin{array}{l} \frac{F_{acc}}{F_{mov}} \sim \frac{dP}{dV} \\ F_{acc} \sim r^{-2} \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} g = G \frac{M}{r^2} \\ F = mg \end{array} \right\} \Rightarrow F = G \frac{mM}{r^2}$

Переход от записи в виде пропорций к записи в виде уравнений произошел уже после Ньютона.

Ссылки

1. Википедия, статья [Ньютон, Иссак](#)
2. Википедия, статья [Математические начала натуральной философии](#)
3. Исаак Ньютон, трактат “Математические начала натуральной философии”, М., Изд. “Наука”, 1989г. (Публикация доступна в Интернете [здесь](#))
4. Владимир Викулин, [Система физических величин в размерности LT без подгоночных коэффициентов](#)

Приложение. Цитаты из трактата Ньютона “Математические начала натуральной философии”

Выдержки из первого тома “Начал”

Определение 1:

“Количество материи (масса) есть мера таковой, устанавливаемая пропорционально плотности и объему ее” (Опр.1 .стр 23).

Определение 2: *Количество движения есть мера такового, устанавливаемая пропорционально скорости и массе.*

Определение 3: *Врожденная сила материи есть присущая ей способность сопротивления, по которой всякое отдельно взятое тело, поскольку оно предоставлено самому себе, удерживает свое состояние покоя или равномерного и прямолинейного движения.*

Эта сила всегда пропорциональна массе ...

Эта “врожденная ” сила могла бы быть названа силой инерции. (Проявляется в двух видах – как сопротивление и как напор) Движение и покой относительны.

Определение 3: *Приложенная сила есть действие, производимое над телом, чтобы изменить его состояние покоя или равномерного прямолинейного движения.*

Сила проявляется единственно только в действии и по прекращении действия в теле не остается. Тело продолжает затем удерживать свое новое состояние вследствие одной только инерции.

Определение 5: *Центростремительная сила есть та, с которую тела к некоторой точке как к центру, отовсюду притягиваются, гонятся или как бы то ни было стремятся.*

Такова сила тяжести, под действием которой тела стремятся к центру Земли, ... и та сила, каковою бы она ни была, которую планеты постоянно отклоняются от прямолинейного движения и вынуждаются обращаться по кривым линиям.

Для краткости эти величины сил можно называть силами движущими, ускоряющими и абсолютными, и для отличия — относить их к самим притягиваемым к центру телам, к месту тел и к центру сил, а именно: движущую силу — к телу, как стремление всего тела к центру, причем это полное стремление составляется из стремлений отдельных частиц тела; силу

ускорительную — к месту тела в пространстве, как некоторую способность, распространенную центром на все места окружающего пространства и заставляющую приходить в движение тела, в этих местах находящиеся, **абсолютную же силу — к самому центру, как заключающуюся в нем причину, без которой движущие силы не распространялись бы в окружающем пространстве**; сказанную причину может служить или какое-либо центральное тело (как, напр., магнит в центре сил магнитных или Земля в центре сил тяжести), или что бы то ни было иное, хотя бы и ни чем не обнаружимое. Эти понятия должно рассматривать как математические, ибо я еще не обсуждаю физических причин и места нахождения сил.

Таким образом ускорительная сила так относится к движущей, как скорость к количеству движения. В самом деле, количество движения пропорционально скорости и массе, движущая же сила пропорциональна ускорительной и массе, ибо сумма действий ускорительной силы на отдельные частицы тела и составляет движущую силу его. ...
Вообще, вес тела будет постоянно пропорционален массе тела и ускоряющей силе тяжести.

Поучение

Истинные и кажущиеся движения.

Причины происхождения которыми различаются истинные **и кажущиеся** движения, суть те силы, которые надо к телам приложить, чтобы произвести эти движения. Истинное абсолютное движение не может ни произойти, ни измениться иначе, как от действия сил, приложенных непосредственно к самому движущемуся телу, тогда как относительное движение тела может быть и произведено и изменено без приложения сил к этому телу; достаточно, чтобы силы были приложены к тем телам, по отношению к которым это движение определяется. Когда эти тела будут уступать действию сил, то будет изменяться и то относительное положение, которым определяется относительный покой или относительное движение. Наоборот, истинное движение всегда изменяется от приложения к телу сил, относительное же движение может при таком приложении сил и не изменяться.

Аксиомы или законы движения

Закон 1

*Всякое тело продолжает удерживаться в своем состоянии **покоя** или равномерного и прямолинейного движения, пока и поскольку оно не понуждается приложенными силами изменить это состояние.*

Закон 2

Изменение количества движения пропорционально приложенной движущей силе и происходит по направлению той прямой, по которой эта сила действует.

Закон 3

Действию всегда есть равное и противоположное противодействие, иначе — взаимодействия двух тел друг на друга между собою равны и направлены в противоположные стороны.

...

Если какое-нибудь тело, ударившись в другое тело, изменяет своею силою его количество движения на сколько-нибудь, то оно претерпит от силы второго тела в своем собственном количестве движения то же самое изменение, но обратно направленное, ибо давления этих тел друг на друга постоянно равны. От таких взаимодействий всегда происходят равные изменения не скоростей, а количеств движения, предполагая, конечно, что тела никаким другим усилиям не подвергаются. Изменения скоростей, происходящие также в противоположные стороны, будут обратно пропорциональны массам тел, ибо количества движения получают равные изменения. Этот закон имеет место и для притяжений, как это будет доказано в поучении.

Далее Ньютон приводит задачи на нахождение центростремительной силы, и, соответственно – центра такой силы. (Фокуса) Все – кинематические.

Далее, наоборот. Нахождение параметров орбит при заданном фокусе.

Далее идет отдел 8: О нахождении орбит, по которым обращаются тела под действием каких угодно центростремительных сил:

Предложение IVII. Теорема XX

Два взаимно притягивающихся тела описывают и около своего общего центра тяжести и друг около друга подобные траектории.

Действительно, расстояния тел от их общего центра тяжести обратно пропорциональны их массам, следовательно, отношение этих расстояний постоянно, значит постоянно и отношение каждого из них к полному расстоянию между телами. Кроме того, эти расстояния обращаются около своего общего конца с одинаковым угловым движением, вследствие чего, не наклоняясь друг к другу, располагаются постоянно по одной прямой.

Прямые же линии, отношение длин коих постоянно и которые поворачиваются около своих концов на равные углы, описывают вокруг этих концов на плоскостях, находящихся с ними вместе в покое или движущихся без вращения, подобные фигуры. Следовательно, фигуры, описанные сказанными расстояниями, подобны между собою.

Предложение XIX. Теорема XXIX

В системе многих тел A, B, C, D и т. д., если какое-либо тело A притягивает все прочие с ускорительными силами, обратно пропорциональными квадратам расстояний до этого притягивающего тела, если также и второе тело B притягивает все прочие тела A, C, D и т. д. с силами, обратно пропорциональными квадратам расстояний до этого притягивающего тела, то абсолютные силы притягивающих тел A и B будут относиться друг к другу, как массы соответствующих тел, коим эти силы принадлежат.

Следствие 1. Таким образом, если каждое из тел системы A, B, C, D и т. д. в отдельности притягивает все прочие с ускорительными силами, обратно пропорциональными квадратам расстояний до притягивающего тела, то абсолютные силы всех этих тел будут пропорциональны их массам.

Следствие 2. В силу такого же рассуждения можно заключить, что если отдельные тела системы A, B, C, D, ..., рассматриваемые порознь, притягивают все прочие тела с ускорительными силами, которые пропорциональны или прямо, или обратно, какой-угодно

степени расстояния до притягивающего тела или следуют вообще какому угодно закону в зависимости только от расстояния до притягивающего тела, то абсолютные силы этих тел пропорциональны их массам.

Следствие 3. В системе тел, в которой силы убывают пропорционально квадратам расстояний и меньшие тела обращаются с возможною точностью по эллипсам, имеющим своим фокусом центр наибольшего тела, описывая радиусами, проведенными к этому фокусу, площади, весьма близкие к пропорциональности временам, абсолютные силы тел относятся между собою или в точности, или весьма близко, как массы тел, и наоборот. Это следует из следствий предложения LXVIII и следствия 1 настоящего предложения.

ПОУЧЕНИЕ (после Теоремы XXIX)

Эти предложения приводят к пропорциональности между центростремительными силами и массами тех центральных тел, к которым эти силы направляются. Но разумно и такое предположение, что силы, которые направляются к какому-либо телу, зависят и от его величины и от его природы, как это имеет место для магнитов. Когда встречаются подобные случаи, то притяжение тел надо рассчитывать приписывая отдельным частицам соответствующие силы и составляя сумму сил. Под словом «притяжение» я разумею здесь вообще какое бы то ни было стремление тел к взаимному сближению, происходит ли это стремление от действия самих тел, которые или стараются приблизиться друг к другу, или которые приводят друг друга в движение посредством испускаемого эфира, или это стремление вызывается эфиром или воздухом, или вообще какою-либо средою, материальною или нематериальною, заставляющей погруженные в нее тела приводить друг друга в движение. В этом же смысле я употребляю и слово «натиск» или «напор», исследуя в этом сочинении не виды сил и физические свойства их, а лишь их величины и математические соотношения между ними, как объяснено в определениях. Математическому исследованию подлежат величины сил и те соотношения, которые следуют из произвольно поставленных условий. Затем, обращаясь к физике, надо эти выводы сопоставить с совершающимися явлениями, чтобы распознать, какие же условия относительно сил соответствуют отдельным видам обладающих притягательною способностью тел. После того как это сделано, можно будет с большею уверенностью рассуждать о родах сил, их причинах и физических между ними соотношениях. Итак, рассмотрим, с какими силами должны действовать друг на друга тела сферической формы, составленные вышеуказанным образом из частиц, и какие движения от этого должны происходить.

Предложение LXXV. Теорема XXXV

Если к отдельным точкам заданного шара направляются равные центростремительные силы, убывающие пропорционально квадратам расстояний до этих точек, то я утверждаю, что любой такой шар притягивается первым с силою, обратно пропорциональною расстоянию между центрами шаров.

...

Следствие 1. Притяжения шарами других однородных шаров пропорциональны объемам (массам) притягивающих шаров, разделенным на квадраты расстояний их центров до центров притягиваемых шаров.

Следствие 2. То же самое имеет место и в том случае, когда притягиваемый шар сам притягивает. Так как отдельные его точки притягивают отдельные точки другого с тою же самою силою, с какою сами притягиваются ими, ибо по закону III во всяком притяжении одинаково побуждается как точка притягиваемая, так и притягивающая, то и будут образовываться две взаимные притягательные силы, сохраняющие ту же пропорцию.

Следствие 3. Все что было доказано выше относительно движения тел вокруг фокуса конических сечений имеет место и в том случае, когда в фокусе находится притягивающий шар и тела движутся вне шара.

Следствие 4. Все же доказанное относительно движения тел вокруг центра конических сечений имеет место, когда движение совершается внутри шара.

Выдержки из третьего тома “Начал”

Ибо обращения спутников вокруг Юпитера и Сатурна, обращения Меркурия и Венеры и остальных планет около Солнца суть явления того же рода, как и обращение Луны вокруг Земли, поэтому (прав. II) их происхождение надо приписывать одинакового рода причинам, в особенности после того как доказано, что силы, под действием которых эти обращения совершаются, направлены к центру Юпитера, Сатурна или Солнца и при удалении от Юпитера, Сатурна и Солнца убывают в том же отношении и по тому же закону, в каком убывает сила тяжести при удалении от Земли.

Следствие 1. Следовательно, тяготение существует на всех планетах, ибо никто не сомневается, что Венера, Меркурий и прочие планеты суть тела такого же рода, как Юпитер и Сатурн. А так как всякое притяжение, по закону III движения, всегда взаимное, то Юпитер тяготеет ко всем своим спутникам, Сатурн — к своим, Земля—к Луне, Солнце — ко всем главным планетам.

Следствие 2. Тяготение, направляющееся к любой из планет, обратно пропорционально квадратам расстояний мест до центра ее.

Следствие 3. Все планеты тяготеют друг к другу по следствиям 1 и 2. Таким образом Юпитер и Сатурн, близ соединений притягиваясь друг к другу, чувствительно возмущают свои движения, Солнце возмущает движение Луны, Солнце и Луна возмущают наши земные моря, как то будет пояснено ниже.

ПОУЧЕНИЕ

До сих пор мы называли ту силу, которою небесные тела удерживаются на своих орбитах, центростремительною, но так как теперь показано, что это есть тяготение, то ниже мы будем ее так называть, ибо причина той центростремительной силы, которою Луна удерживается на своей орбите, по правилам I, II и IV должна быть распространяема и на все прочие планеты.

Предложение VI. Теорема VI

Все тела притягиваются к каждой отдельной планете, и веса тел на всякой планете, при одинаковых расстояниях от ее центра, пропорциональны массам этих планет.

Падение всех тяжелых тел на Землю с одинаковой высоты (выключив неравное замедление, происходящее от ничтожного сопротивления воздуха) совершается в одинаковое время, как это уже наблюдало другими, точнейшим же образом это может быть установлено по равенству времен качаний маятников. Я произвел такое испытание для золота, серебра, свинца, стекла, песка, обыкновенной соли, дерева, воды, пшеницы. Я заготовил две круглых деревянных кадочки, равные между собою; одну из них я заполнил деревом, в другой же я поместил, такой же точно груз из золота (насколько смог точно) в центре качаний, Кадочки, подвешенные на равных нитях 11 футов длиною, образовали два маятника, совершенно одинаковых по весу, форме и сопротивлению воздуха; будучи помещены рядом, они при равных качаниях шли взад и вперед вместе в продолжение весьма

долгого времени. Следовательно, количество вещества (масса) в золоте (по след. 1 и 6 предл. **XXIV** кн. II) относилось к количеству вещества в дереве, как действие движущей силы на все золото к ее действию на все дерево, т. е. как вес одного к весу другого. То же самое было и для прочих тел. Для тел одинакового веса разность количеств вещества (масс), даже меньшая одной тысячной доли полной массы, могла бы быть с ясностью обнаружена этими опытами.

Предложение VII. теорема VII

Тяготение существует ко всем телам вообще и пропорционально массе каждого из них.

Выше доказано, что все планеты тяготеют друг к другу, а также что тяготение к каждой из них в отдельности обратно пропорционально квадратам расстояний места до центра этой планеты. Отсюда следует (по предл. LXLX кн. I и его следствиям}, что тяготение ко всем планетам пропорционально количеству материи в них.

Сверх того, так как все части какой-либо планеты А тяготеют к какой-либо другой планете В и тяготение каждой части относится к тяготению целого, как масса этой части к массе целого, всякому же действию (по закону III движения) есть равное противодействие, то и обратно, планета В притягивается ко всем частям планеты А, и притяжение ее к какой-либо части относится к притяжению к целому, как масса этой части к массе целого.

Следствие 1. Следовательно, тяготение ко всей планете происходит и складывается из тяготений к отдельным частям ее. Подобного рода пример имеется в притяжениях магнитных и электрических, — притяжение целого происходит от притяжений к отдельным частям. Дело становится по отношению к тяготению понятнее, если вообразить, что несколько меньших планет соединяются в один шар и образуют одну большую планету, ибо сила целого должна образоваться из сил составляющих его частей. Если кто возразит, что все тела, находящиеся у нас, по этому закону должны бы тяготеть друг к другу, тогда как такого рода тяготение совершенно не ощущается, то я на это отвечаю, что тяготение к этим телам, будучи во столько же раз меньше тяготения к Земле, во сколько раз масса тела меньше массы всей Земли, окажется гораздо меньше такого, которое могло бы быть ощущаемо.

Следствие 2. Тяготение к отдельным равным частицам тел обратно пропорционально квадратам расстояний мест до частиц (следует из след. 3 предложения **LXXIV**, кн. I).